

В рамках агитационных встреч с второкурсниками **кафедра высшей геометрии и топологии** начинает цикл мини-лекций для студентов младших курсов. Мы хотим дать представление о современных проблемах геометрии, топологии и их приложений и рассказать доступным для младшекурсников языком о научных интересах ведущих специалистов в области геометрии и топологии, работающих на кафедре. Приглашаем всех желающих (не только второкурсников)!

6 марта 2018 (вторник), ауд. 16-08
чл.-корр. РАН А. А. Гайфуллин

Что такое отрицательная кривизна?

Я расскажу о некоторых результатах и проблемах теории многообразий и пространств отрицательной (или неположительной) кривизны.

В дифференциальной геометрии многообразии отрицательной кривизны — это гладкое многообразие с римановой метрикой, секционная кривизна которого вдоль любого двумерного направления отрицательна. Я не буду предполагать знакомства слушателей с этими понятиями. Мы обсудим другой подход к определению того, что такое метрическое пространство отрицательной кривизны, восходящий к А. Д. Александрову и, пожалуй, интуитивно более простой, по крайней мере для тех, кто ещё не очень хорошо знаком с дифференциальной геометрией.

Далее я расскажу о некоторых фундаментальных результатах теории многообразий отрицательной (или неположительной) кривизны и о проблемах в этой области, в том числе о знаменитой гипотезе Хопфа о знаке эйлеровой характеристики.

Замечательные примеры многообразий неположительной кривизны в смысле А. Д. Александрова получаются из красивой конструкции малых накрытий над простыми многогранниками. В этом частном случае гипотеза Хопфа переписывается в виде чисто комбинаторного утверждения — замечательных неравенств между количествами граней разных размерностей флаговых простых многогранников. (Теория малых накрытий и их комплексных аналогов — так называемых квазиторических многообразий — восходит к работе М. Дэвиса и Т. Янушкевича 1991 г. и была очень далеко развита в работах В. М. Бухштабера, Т. Е. Панова и их учеников.)

В заключении, я планирую упомянуть фуллерены — трёхмерные многогранники, все грани которых пятиугольные или шестиугольные. Замечательной особенностью теории фуллеренов является то, что в них переплетаются аспекты неотрицательной и неположительной кривизны. А именно: на поверхности каждого фуллерена естественным образом вводится метрика неотрицательной кривизны, а метрики неположительной кривизны возникают сразу на двух объектах, тесно связанных с фуллеренами: на малых накрытиях над ними и на пространствах модулей плоских метрик с коническими особенностями на сфере.