1. КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЗАЯВКИ

Предлагаемое исследование посвящено изучению многообразий с действием тора и ассоциированных с ними пространств.

Начиная с 1970-х годов, торические действия играют всё возрастающую роль в различных областях математики, а их изучение стимулирует возникновение новых взаимосвязей между алгебраической геометрией, комбинаторной и выпуклой геометрией, коммутативной и гомологической алгеброй, дифференциальной топологией и теорией гомотопий. По мере расширения этих приложений возникла целая новая область исследований, ставшая известной как *торическая топология*. Предметом изучения торической топологии являются алгебраические, комбинаторные, дифференциальные, геометрические и гомотопические аспекты важного класса действий тора с богатой структурой в пространстве орбит.

Первоначальный импульс этому развитию придала теория *торических многообразий* в алгебраической геометрии. С начала 1990-х годов идеи и методы торических многообразий начали проникать в топологию. Пространство орбит регулярного действия компактного тора T^n несёт богатую комбинаторную структуру, отражающую распределение стационарных подгрупп. Во многих случаях топологию пространства с действием тора можно описать в терминах комбинаторики пространства орбит. Замечательно, что этот подход работает и в обратном направлении: в терминах топологических инвариантов пространств с действием тора удаётся интерпретировать и доказывать весьма тонкие комбинаторные результаты топологически. Стенли был одним из первых, кто осознал полный потенциал этого направления для комбинаторных приложений, использовав его для доказательства гипотезы Макмюллена о числах граней симплициальных многогранников и гипотезы о верхней границе для триангуляций сфер. Дальнейшие исследования выявили два класса T^n-многообразий, происхождение которых восходит к торическим многообразиям, предоставляющих возможности для приложения методов торической топологии в комбинаторике и коммутативной алгебре. Это — *квазиторические многообразия* Дэвиса–Янушкиевича и *тор-многообразия* Хаттори–Масуды. Работы Бухштабера–Рэя показали, что квазиторические многообразия также играют важную роль в теории комплексных кобордизмов — классической области алгебраической топологии. *Момент-угол комплексы* $\mathcal{Z}_K$, изученные в работах Бухштабера–Панова, образуют ещё один важный класс торических пространств, ассоциированных с симплициальным комплексами K. Они возникают в теории гомотопий как гомотопические копределы, в симплектической топологии как поверхности уровня отображений моментов для гамильтоновых действий тора и в теории конфигураций как дополнения конфигураций координатных подпространств. Согласно результату Бухштабера–Панова, когомологии момент-угол комплекса изоморфны Tor-когомологиям *кольца Стенли–Райснера* ассоциированного симплициального комплекса.

Данный проект планируется посвятить следующим трём аспектам торической топологии.

1. Продолжить изучение квазиторических многообразий в контексте комплексных кобордизмов, начатое в работах Бухштабера–Рэя и Бухштабера–Панова–Рэя. Главной целью является построение комбинаторной модели теории комплексных кобордизмов.

2. Изучить гомотопический тип момент-угол комплексов $\mathcal{Z}_K$ и их пространств петель путём построения соответствующих алгебраических моделей. Применить эти модели к вычислению Ext-когомологий (алгебр Йонеды) колец Стенли–Райснера. Исследовать комбинаторные приложения к задачам о числах граней симплициальных комплексов.

3. Башни Ботта, или итерированные $\mathbb{C}P^1$-расслоения над $\mathbb{C}P^1$ образуют важное семейство торических многообразий. Обобщив результаты Масуды–Панова мы планируем завершить топологическую классификацию башень Ботта в терминах их колец когомологий.

Торические пространства и ассоциированные с ними объекты не только представляют интерес с топологической точки зрения, но и связывают такие области, как комбинаторная геометрия, коммутативная и гомологическая алгебра и теория конфигураций подпространств. Любое существенное продвижение в понимании топологии этих пространств сразу приведёт к обширным приложениям в этих областях.

Заявка Т. Е. Панова на конкурсы П. Делиня и фонда “Династия”.